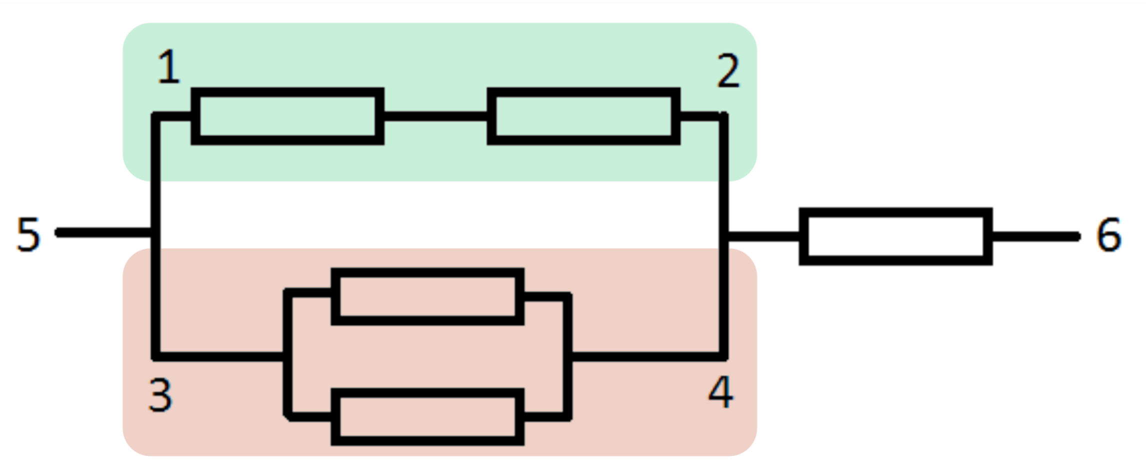
Kirchhoff'sche Gesetze



Obige Schaltung ist aus identischen Widerständen mit $R = 10\,\Omega$ aufgebaut.

- Bestimmen Sie den Widerstand der grün markierten Teilschaltung zwischen den Punkten 1 und 2:

  Die Widerstände sind in Reihe geschaltet, also gilt:

  $$R_{\text{seriell}} = R_1 + R_2$$

  Bei uns also:

  $$R_{\text{seriell}} = 10\,\Omega + 10\,\Omega = 20\,\Omega$$

  Allgemein wäre es hier: $R_{\text{seriell}} = 2R$.

- und der rot markierten Teilschaltung zwischen den Punkten 3 und 4:

  Hier sind die Widerstände parallel geschaltet, also gilt:

  $$\frac{1}{R_{\text{parallel}}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

  Das formen wir nach R_{parallel} um und rechnen gleich aus:

  $$R_{\text{parallel}} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} = \frac{1}{\frac{1}{10\,\Omega} + \frac{1}{10\,\Omega}} = \frac{1}{\frac{2}{10\,\Omega}} = \frac{10\,\Omega}{2} = 5\,\Omega$$

  Allgemein wäre es hier: $R_{\text{parallel}} = \frac{R}{2}$.

- Bestimmen Sie den Widerstand der gesamten Schaltung zwischen den Punkten 5 und 6!

  Jetzt kommt beides zusammen. Grün und rot (R_{farbig}) sind parallel geschaltet und dazu kommt in der letzte Widerstand in Reihe. Insgesamt erhalten wir:

$$R = R_{\text{farbig}} + R_5 = \frac{1}{\frac{1}{R_{\text{grün}}} + \frac{1}{R_{\text{rot}}}} + R_5 = \frac{1}{\frac{1}{20\,\Omega} + \frac{1}{5\,\Omega}} + 10\,\Omega = \frac{1}{\frac{1}{20\,\Omega} + \frac{4}{20\,\Omega}} + 10\,\Omega = \frac{1}{\frac{5}{20\,\Omega}} + 10\,\Omega$$
$$= \frac{20\,\Omega}{5} + 10\,\Omega = 4\,\Omega + 10\,\Omega = 14\,\Omega$$

Und auch hier wieder die allgemeine Lösung: $R = \frac{7R}{5}$.

Herzschrittmacher

Ein Patient soll einen Schrittmacher bekommen, der 70 mal pro Minute schlagen soll. Dazu wird ein RC-Glied verwendet, welches eine Kapazität von 0,5 µF hat.

Welchen Widerstand muss der Schrittmacher haben, um die nötige Zeitkonstante zu erreichen?

Die Kapazität sei $C = 0{,}5\,\mu\text{F} = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\,\text{F}$ und die Frequenz $f = 70\,\frac{1}{\text{min}} = \frac{7}{6}\,\text{Hz}$.

Einerseits gilt $\tau = R \cdot C$ und andererseits $f = \frac{1}{\tau}$, also

$$\tau = \frac{1}{f} = R \cdot C \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{1}{C \cdot f}$$

Eingesetzt und ausgerechnet erhalten wir:

$$R = \frac{1}{0{,}5 \cdot 10^{-6}\,\text{F} \cdot \frac{7}{6}\,\text{Hz}} = \frac{12 \cdot 10^6}{7}\,\Omega \approx 1\,714\,285{,}7\,\Omega$$

Hämoglobinmolekül

Ein 3-fach positiv geladenes Hämoglobinmolekül (67 000 u) wird von unten mit einer Geschwindigkeit von 9 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ in ein Magnetfeld der Stärke 2,2 T eingeschossen. Das Magnetfeld zeigt aus der Tafelebene heraus.

Da das Hämoglobinmolekül 3-fach positiv geladen ist, hat es eine Ladung von $q = +3 \cdot e = +3 \cdot 1{,}602\,177 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$. Die Masse ist $m = 67\,000\,\text{u} = 67000 \cdot 1{,}660\,54 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$. Die Geschwindigkeit sei $v = 9\,\frac{\text{km}}{\text{s}} = 9 \cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und die Stärke des Magnetfeldes sei einfach $B = 2{,}2\,\text{T}$.

a) Wie hoch ist die Lorentzkraft auf das Molekül?

Da das Hämoglobinmolekül von unten in das aus der Tafelebene herauszeigende Magnetfeld eingeschossen wird, ergibt sich ein Winkel von $\theta = 90°$. Die Lorentzkraft berechnet sich aus

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta = q \cdot v \cdot B \cdot \underbrace{\sin 90°}_{1} = q \cdot v \cdot B$$

Da wir die Einheiten eben schon in SI-Einheiten umgerechnet haben, brauchen wir nur noch einsetzen und ausrechnen:

$$F = +3 \cdot 1{,}602\,177 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 9 \cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}2\,\text{T} = 9{,}516\,931\,38 \cdot 10^{-15}\,\text{N} \approx 9{,}517\,\text{fN}$$

b) Welchen Bahnradius hat das Molekül im Magnetfeld (Hinweis: Vergleichen Sie Lorentz- und Zentripetalkraft)

Die Zentripetalkraft berechnet sich aus

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Nach r umgestellt:

$$r = m \cdot \frac{v^2}{F}$$

Eingesetzt und ausgerechnet:

$$r = 67000 \cdot 1{,}660\,54 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot \frac{\left(9 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{9{,}516\,931\,38 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}} = 0{,}946\,917\,679\,677\,543\,\mathrm{m} \approx 0{,}9469\,\mathrm{m}$$

c) Welche Zentripetalbeschleunigung erfährt das Molekül?

Aus unserer Lieblungsformel $F = m \cdot a$ ergibt sich

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Eingesetzt und ausgerechnet:

$$a = \frac{\left(9 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{0{,}946\,917\,679\,677\,543\,\mathrm{m}} = 85\,540\,698{,}772\,868\,19\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 85\,540\,698{,}77\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$