Treibgas

Wenn eine Spraydose (gefüllt mit einem idealen Gas) weggeworfen wird, hat sie im Innern in der Regel noch einen erhöhten Druck. Dieser beträgt ein 2,1-faches des Atmosphärendrucks. In der Müllverbrennungsanlage wird die Dose auf 930 °C erhitzt. Auf den wievielfachen Atmosphärendruck steigt der Druck?

Sei $k = 2{,}1$ der Faktor des Atmosphärendrucks und weiterhin $T_0 = 273{,}15\,\mathrm{K}$ die Temperatur vor der Verbrennung und $T_1 = 930\,°\mathrm{C} = 1203{,}15\,\mathrm{K}$ die Temperatur bei der Verbrennung.

In der Dose herrscht demnach der Druck $p_D = k \cdot p_A$, wobei p_A der Atmosphärendruck ist. Wir suchen den Druck p_V, der wiederum auch ein Vielfaches des Atmosphärendrucks ist: $p_V = x \cdot p_A$. Eigentlich suchen wir nicht den Druck, sondern Faktor x.

Schauen wir uns die ideale Gasgleichung an:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Bei der Temperaturerhöhung ändern sich V, n und R nicht (erst wenn die Dose explodiert, ändert sich das Volumen, aber diesen Umstand ignorieren wir hier mal). Stellen wir die Gleichung so um, dass p und T auf einer Seite und der Rest auf der anderen Seite ist:

$$\frac{p}{T} = \underbrace{\frac{n \cdot R}{V}}_{\text{konst.}}$$

Da die rechte Seite konstant ist, können wir die beiden Zustände der Dose gleichsetzen:

$$\frac{p_D}{T_0} = \frac{p_V}{T_1}$$

Für p_D und p_V können wir die Atmosphärendrucke mit Faktoren einsetzen und nach x umstellen:

$$\frac{k \cdot p_A}{T_0} = \frac{x \cdot p_A}{T_1} \qquad p_A \text{ kürzt sich raus}$$

$$\frac{k \cdot T_1}{T_0} = x$$

Eingesetzt und ausgerechnen kommen wir auf:

$$x = \frac{2{,}1 \cdot 1203{,}15\,\mathrm{K}}{273{,}15\,\mathrm{K}} \approx 9{,}25$$

Sauerstoffflasche

Sie haben einen Patienten, der mit Sauerstoff beatmet wird und an eine Sauerstoffflasche angeschlossen ist. Die Flasche hat ein Volumen von 10 l und es wird ein Druck von 110 bar angezeigt.

Wie lange reicht die Flasche noch, wenn der Patient mit $3\,\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{min}}$ beatmet wird? Beachten Sie, dass der Druck in der Flasche 10 bar nicht unterschreiten darf, weil sich sonst der Volumenstrom zu stark verringert.

Keine Ahnung, wie man auf die Gleichung kommt, aber sie lautet:

$$t = \frac{(p_1 - p_2) \cdot V}{Q}$$

Dabei darf man bei den Drucken aber nur die Zahlwerte nehmen. Ergibt:

$$t = \frac{(110 - 10) \cdot 10\,\mathrm{l}}{3\,\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{min}}} = 333{,}33\,\mathrm{min}$$

Schneeschippen

Ein Student schaufelt Schnee mit einer Effizienz von 2,9 %. Wieviel Energie in Form von Nahrung (Angabe in kcal) muss dem Körper zugeführt werden, wenn der Student 10,6 kJ an mechanischer Arbeit leistet?

Sei $\eta = 2{,}9\,\% = 0{,}029$ der Wirkungsgrad und $E_{\mathrm{ab}} = 10{,}6\,\mathrm{kJ}$ die geleistete (von der „Maschine" abgeführte) Energie.

Der Wirkungsgrad ist definiert durch:

$$\eta = \frac{E_{\mathrm{ab}}}{E_{\mathrm{zu}}}$$

Und da wir E_{zu} suchen, stellen wir danach um und rechnen aus bzw. um.

$$E_{\mathrm{zu}} = \frac{E_{\mathrm{ab}}}{\eta} = \frac{10{,}6\,\mathrm{kJ}}{0{,}029} = \frac{10{,}6 \cdot 0{,}239\,\mathrm{kcal}}{0{,}029} = 87{,}36\,\mathrm{kcal}$$

Zum Vergleich: eine Banane enthält ungefähr 115,2 kcal[1]. Er/sie müsste also ca. eine 3/4 Banane essen.

Wärmestrahlung

Die Vorderseite der Tafel im Hörsaal hat eine Fläche von 1,3 m × 2,7 m und eine Temperatur von 28 °C.

a) Bei welcher Wellenlänge emittiert die Tafel elektromagnetische Strahlung mit der höchsten Intensität? (Wiensches Verschiebungsgesetz)

Das Wiensche Verschiebungsgesetz besagt:

$$\lambda_{\mathrm{max}} \cdot T_K = b_\lambda = 2897{,}8\,\mathrm{\mu m\,K}$$

Umgestellt und eingesetzt erhalten wir:

$$\lambda_{\mathrm{max}} = \frac{2897{,}8\,\mathrm{\mu m\,K}}{T_K} = \frac{2897{,}8\,\mathrm{\mu m\,K}}{301{,}15\,\mathrm{K}} = 9{,}622\,\mathrm{\mu m}$$

b) Welche Energiemenge gibt die Tafel während der Dauer der Vorlesung (1,5 h) über elektromagnetische Strahlung ab? (Stefan-Boltzmann-Gesetz, Emissivität=1)

Das Stefan-Boltzmann-Gesetz besagt:

$$P = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

Dabei ist $P = \frac{E}{t}$ die Leistung, von der wir die Energie E suchen. Die Emissivität $\varepsilon = 1$ können wir ignorieren. Die Stefan-Boltzmann-Konstante ist $5{,}670\,367 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K^4}}$. Die Fläche A ist $1{,}3\,\mathrm{m} \cdot 2{,}7\,\mathrm{m} = 3{,}51\,\mathrm{m}^2$. Die Temperatur T müssen wir wieder in Kelvin umrechnen: $T = 301{,}15\,\mathrm{K}$. Und zuletzt die Zeit t in Sekunden: $t = 5400\,\mathrm{s}$.

[1] https://www.wikifit.de/kalorientabelle/obst/banane

Ergibt:

$$
\begin{aligned}
E &= t \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 \\
&= 5400\,\mathrm{s} \cdot 5{,}670\,367 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}^4} \cdot 1{,}3\,\mathrm{m} \cdot 2{,}7\,\mathrm{m} \cdot \left(301{,}15\,\mathrm{K}\right)^4 \\
&= 8\,839\,821{,}89\,\mathrm{J}
\end{aligned}
$$