Akkommodationsbreite Welche Akkommodationsbreite hat ein Patient, dessen Nahpunkt bei 18 cm und Fernpunkt bei 2 m liegt?

Die Gleichung für die Akkommodationsbreite lautet:

$$A = \frac{1}{\mathrm{NP}} - \frac{1}{\mathrm{FP}}$$

Dort brauchen wir nur einsetzen und ausrechnen:

$$A = \frac{1}{\mathrm{NP}} - \frac{1}{\mathrm{FP}} = \frac{1}{0{,}18\,\mathrm{m}} - \frac{1}{2\,\mathrm{m}} \approx 5{,}06\,\frac{1}{\mathrm{m}} = 5{,}06\,\mathrm{dpt}$$

Brille Der Nahpunkt einer weitsichtigen Person liegt bei 0,8 m. Welchen Brechwert muss die Linse der Brille haben, damit ein Objekt in einer Entfernung von 25 cm scharf wahrgenommen wird?

Irgendwas stimmt mit seinen Folien nicht oder ich stell mich mal wieder idiotisch an. Daher nehm ich mal die Berechnung der Uni Kiel her, bei wir auf das gewünschte Ergebnis kommen: die weitsichtige Person kann einen Gegenstand in 0,8 m scharf auf die Netzhaut abbilden. Der Brechwert der Lesebrille muss so gewählt sein, dass die Bildweite 0,8 m beträgt. Da das Bild ein virtuelles ist, müssen wir aufgrund der Vorzeichenkonvention die Bildweite mit −0,8 m annehmen. Die Gegenstandsweite beträgt 0,25 m, also kommt raus:

$$D_{\mathrm{Brille}} = \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{0{,}25\,\mathrm{m}} + \frac{1}{-0{,}8\,\mathrm{m}} = 2{,}75\,\mathrm{dpt}$$

Beugungsmaxima Licht der Wellenlänge 520 nm wird an einem feinen Gitter mit einer Gitterkonstante von 2,6 µm gebeugt. Bestimmen Sie unter welchem Winkel die jeweils ersten beiden Beugungsminima und -maxima auftreten!

Hier wird's ein bisschen hakelig. Halten wir zunächst die Variablen fest: die Wellenlänge sei $\lambda = 520\,\mathrm{nm} = 520 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$ und die Gitterkonstante sei $d = 2{,}6\,\mu\mathrm{m} = 2{,}6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$.

Jetzt die Theorie: wenn sich Wellen überlagern, dann kann es zur Verstärkung und Auslöschung kommen. Welches von beiden auftritt, hängt vom Gangunterschied x ab. Es kommt zur Verstärkung, wenn

$$x = n \cdot \lambda$$

und zur Auslöschung, wenn

$$x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{(2n+1) \cdot \lambda}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$$

Dabei ist n immer eine natürliche Zahl.

Für den Winkel, unter dem sich die Wellen verstärken oder auslöschen, gilt:

$$\sin \alpha = \frac{x}{d}$$

Betrachten wir die Verstärkungen (Maxima), dann erhalten wir

$$\sin \alpha_n = \frac{x}{d} = \frac{n \cdot \lambda}{d}$$

Also gilt für den Winkel α_1 des 1. Beugungsmaximums:[1]

$$\sin\alpha_1 = \frac{1\cdot\lambda}{d} \quad\Leftrightarrow\quad \alpha_1 = \arcsin\frac{\lambda}{d}$$

Und für den Winkel α_2 des 2. Beugungsmaximums analog:

$$\sin\alpha_2 = \frac{2\cdot\lambda}{d} \quad\Leftrightarrow\quad \alpha_2 = \arcsin\frac{2\cdot\lambda}{d}$$

Kümmern wir uns jetzt noch um die Beugungsminima, die wir β_1 und β_2 nennen. Für die gilt:

$$\sin\beta_n = \frac{x}{d} = \frac{\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda}{d} = \left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{\lambda}{d}$$

Damit können wir die Winkel wieder ausrechnen:

$$\sin\beta_1 = \left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{\lambda}{d} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\lambda}{d} \quad\Leftrightarrow\quad \beta_1 = \arcsin\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{\lambda}{d}\right)$$
$$\sin\beta_2 = \left(2+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{\lambda}{d} = \frac{5}{2}\cdot\frac{\lambda}{d} \quad\Leftrightarrow\quad \beta_1 = \arcsin\left(\frac{5}{2}\cdot\frac{\lambda}{d}\right)$$

Das sieht komplizierter aus, als es ist. Die Maxima liegen an den ganzzahligen Vielfachen von $\frac{\lambda}{d}$ und die Minima liegen genau dazwischen.

Rechnen wir das für die gegebenen Werte mal aus:

$$\alpha_1 = \arcsin\frac{\lambda}{d} = \arcsin\frac{520\cdot10^{-9}\,\mathrm{m}}{2{,}6\cdot10^{-6}\,\mathrm{m}} \approx 11{,}54° \qquad \text{1. Beugungsmaximum}$$
$$\alpha_2 = \arcsin\frac{2\lambda}{d} = \arcsin\frac{2\cdot520\cdot10^{-9}\,\mathrm{m}}{2{,}6\cdot10^{-6}\,\mathrm{m}} \approx 23{,}58° \qquad \text{2. Beugungsmaximum}$$
$$\beta_1 = \arcsin\frac{3\lambda}{2d} = \arcsin\frac{3\cdot520\cdot10^{-9}\,\mathrm{m}}{2\cdot2{,}6\cdot10^{-6}\,\mathrm{m}} \approx 17{,}46° \qquad \text{1. Beugungsminimum}$$
$$\beta_2 = \arcsin\frac{5\lambda}{2d} = \arcsin\frac{5\cdot520\cdot10^{-9}\,\mathrm{m}}{2\cdot2{,}6\cdot10^{-6}\,\mathrm{m}} \approx 30° \qquad \text{2. Beugungsminimum}$$

Auflösung Angenommen, Sie beobachten bei Beleuchtung mit Laserlicht $\lambda = 620\,\mathrm{nm}$ am Nahpunkt $d_{\mathrm{NP}} = 27\,\mathrm{cm}$ ein Objekt. Was ist die höchste Auflösung, die sie mit einer Öffnung der Pupille von $d_{\mathrm{pupil}} = 4\,\mathrm{mm}$ erreichen können?

Laut dieser Quelle müssen wir das Rayleigh-Kriterium hernehmen und können damit das Auflösungsvermögen $\Delta x_{\min}$ berechnen:

$$\Delta x_{\min} = 1{,}22\cdot\frac{\lambda\cdot f}{D}$$

Dabei ist $\lambda = 620\,\mathrm{nm} = 620\cdot10^{-9}\,\mathrm{m}$ die Wellenlänge, $f = d_{\mathrm{NP}} = 27\,\mathrm{cm} = 0{,}27\,\mathrm{m}$ die Brennweite und $D = d_{\mathrm{pupil}} = 4\,\mathrm{mm} = 4\cdot10^{-3}\,\mathrm{m}$ der Durchmesser der Instrumentöffnung (also der Pupillendurchmesser).

Einsetzen und ausrechnen ergibt:

$$\Delta x_{\min} = 1{,}22\cdot\frac{620\cdot10^{-9}\,\mathrm{m}\cdot0{,}27\,\mathrm{m}}{4\cdot10^{-3}\,\mathrm{m}} \approx 5{,}106\cdot10^{-5}\,\mathrm{m}$$

[1] Im Deutschen ist der Genitiv Singular von Maximum tatsächlich *des Maximums* und nicht „Maximi.“

Laserpointer Ein Laserpointer mit einer Leistung von 1 mW und einem Strahldurchmesser von 1 mm strahlt aus Versehen in das Auge eines Menschen. Dabei wird der Strahl auf 8 µm Durchmesser fokussiert.

Um welchen Faktor ändert sich die Intensität?

Sei $p = 1\,\mathrm{mW} = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W}$ die Leistung des Laserpointers, $d_S = 1\,\mathrm{mm} = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$ der Strahldurchmesser und $d_F = 8\,\mathrm{\mu m} = 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$ der Durchmesser des fokussierten Strahls.

Dann ergibt sich anfangs eine Intensität von

$$I_0 = \frac{p}{\frac{\pi}{4} \cdot d_S^2} = \frac{4p}{\pi \cdot d_S^2}$$

und danach eine Intensität von

$$I_1 = \frac{p}{\frac{\pi}{4} \cdot d_F^2} = \frac{4p}{\pi \cdot d_F^2}$$

Zwischen den Intensitäten gibt es den folgenden Zusammenhang:

$$I_1 = x \cdot I_0$$

Schließlich fragen wir uns, um welchen Faktor sich die Intensität ändert. Stellen wir nach x um und setzen ein:

$$x = \frac{I_1}{I_0} = \frac{\frac{4p}{\pi \cdot d_F^2}}{\frac{4p}{\pi \cdot d_S^2}} = \frac{4p}{\pi \cdot d_F^2} \cdot \frac{\pi \cdot d_S^2}{4p} = \frac{d_S^2}{d_F^2} = \left(\frac{d_S}{d_F}\right)^2$$

Jetzt nur noch einsetzen und schon haben wir das Ergebnis:

$$x = \left(\frac{d_S}{d_F}\right)^2 = \left(\frac{1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}}\right)^2 = \frac{1}{64} \cdot 10^{2\cdot(-3+6)} = \frac{1}{64} \cdot 10^6 = 15625$$

Der Lidschlussreflex dauert etwa 240 ms. Wieviel Energie trifft auf die Netzhaut?

Sei $t = 240\,\mathrm{ms} = 240 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}$ die Zeit für den Lidschlussreflex. Da die Leistung der Quotient aus Energie und Zeit ist, ergibt sich:

$$P = \frac{E}{t} \quad \Leftrightarrow \quad E = P \cdot t$$
$$E = 1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W} \cdot 240 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s} = 240 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{J}$$

Absorption Küvette Zwei Küvetten mit unterschiedlichen Farbstoffen werden nacheinander durchleuchtet. Die erste Küvette hat einen Absorptionskoeffizienten von $3\,\frac{1}{\mathrm{m}}$ und eine Dicke von 5 cm. Die zweite Küvette hat einen Absorptionskoeffizienten von $9\,\frac{1}{\mathrm{m}}$ und eine Dicke von 10 cm.

Wieviel Intensität ist nach dem Durchstrahlen beider Küvetten noch übrig?

Es seien $k_1 = 3\,\frac{1}{\mathrm{m}}$, $d_1 = 5\,\mathrm{cm} = 0{,}05\,\mathrm{m}$, $k_2 = 9\,\frac{1}{\mathrm{m}}$ und $d_2 = 10\,\mathrm{cm} = 0{,}1\,\mathrm{m}$ die jeweiligen Absorptionskoeffizienten und Dicken der Küvetten.

Das Lambert-Gesetz liefert uns die Durchlässigkeit:

$$D = e^{-k \cdot d}$$

Die erste Küvette hat demnach eine Durchlässigkeit von

$$D_1 = e^{-k_1 \cdot d_1} = e^{-3 \, \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m}} \approx 0{,}860\,71$$

Und die zweite analog:

$$D_2 = e^{-k_2 \cdot d_2} = e^{-9 \, \frac{1}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}1\,\mathrm{m}} \approx 0{,}406\,57$$

Ergibt zusammen:

$$D = D_1 \cdot D_2 \approx 0{,}349\,94$$

Viel cooler ist's allerdings, wenn wir die Durchlässigkeiten ohne Zwischenergebnisse berechnen:

$$D = D_1 \cdot D_2 = e^{-k_1 \cdot d_1} \cdot e^{-k_2 \cdot d_2} = e^{-k_1 \cdot d_1 - k_2 \cdot d_2} \approx 0{,}349\,94$$

Zugegeben, es kommt das gleiche raus, aber dafür haben wir Exponentengesetze benutzt.

Absorption Blei Hochenergetische Gammastrahlung soll mit einem Bleischirm abgeschirmt werden. Die Dichte des Materials beträgt $11{,}342 \, \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ und der Massenschwächungskoeffizient ist $0{,}007 \, \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}}$.

Wie groß ist die Eindringtiefe des Materials?

Sei $\rho = 11{,}342 \, \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 11{,}342 \cdot 10^3 \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ die Dichte und $\mu_m = 0{,}007 \, \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}}$ der Massenschwächungskoeffizient.

Für den Massenschwächungskoeffizienten gilt:

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho}$$

mit dem Absorptionskoeffizienten μ. Der Kehrwert von μ ist die Eindringtiefe $\alpha = \frac{1}{\mu}$. Das führt uns zu:

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad \Leftrightarrow \quad \mu = \mu_m \cdot \rho \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\alpha} = \mu_m \cdot \rho \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \frac{1}{\mu_m \cdot \rho} = \frac{1}{0{,}007 \, \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}} \cdot 11{,}342 \cdot 10^3 \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} \approx 0{,}0126\,\mathrm{m}$$

Wie groß ist die Halbwertsdicke des Materials?

Die Halbwertsdicke $d_{1/2}$ ist definiert durch:

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

Damit ist die Halbwertsdicke einfach die Eindringtiefe multipliziert mit ln 2. Das können wir einfach ausrechnen, da wir $\mu = \mu_m \cdot \rho$ haben:

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{\ln 2}{\mu_m \cdot \rho} = \frac{\ln 2}{0{,}007 \, \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}} \cdot 11{,}342 \cdot 10^3 \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} \approx 0{,}008\,73\,\mathrm{m}$$

Atommodell Aus dem bohrschen Modell für das Wasserstoffatom lassen sich Radius und Energie der Elektronen auf verschiedenen Energieniveaus ermitteln.

Bestimmen Sie den Radius eines Elektrons auf dem 5. Niveau.

Nach Wikipedia kann man den Bahnradius eines Elektrons mit der Hauptquantenzahl n mit

$$r_n = n^2 \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}$$

berechnen. Jetzt kann man nachschlagen und rumrechnen, was $\varepsilon_0, \hbar$ und Masse m und Ladung e vom Elektron sind, oder man schaut auch das nach und findet den Wert

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = 5{,}291\,772\,106\,7 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$$

Damit kann man den Radius einfach berechnen:

$$r_5 = 5^2 \cdot a_0 \approx 1{,}322\,943\,026\,675 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$$

Bestimmen Sie die Wellenlänge des beim Übergang auf das 2. Niveau emittierten Photons.

In Anlehnung an diese Quelle müssen wir die benötigte Energie, daraus die Frequenz und daraus die Wellenlänge berechnen. Diese Aufgabe hier bezieht sich auf die Aufgabe davor: wir müssen die Wellenlänge des Photons bestimmen, das entsteht, wenn das Elektron vom 5. auf das 2. Niveau übergeht.

Die benötigte Energie $\Delta E = |E_{n_1} - E_{n_2}|$ für den Übergang von Energieniveau n_1 auf n_2 ergibt sich aus:

$$\Delta E = |E_{n_1} - E_{n_2}| = \left| \frac{-13{,}6\,\mathrm{eV}}{n_1^2} - \frac{-13{,}6\,\mathrm{eV}}{n_2^2} \right|$$

Vom 5. auf das 2. Niveau ergibt sich:

$$\Delta E = |E_5 - E_2| = \left| \frac{-13{,}6\,\mathrm{eV}}{5^2} - \frac{-13{,}6\,\mathrm{eV}}{2^2} \right| = 2{,}856\,\mathrm{eV}$$

Die Frequenz erhalten wir aus:

$$\Delta E = h \cdot f$$

h ist dabei wieder das Plancksche Wirkungsquantum. Umgestellt und eingesetzt:

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{2{,}856\,\mathrm{eV}}{6{,}626\,070\,040 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}} = \frac{2{,}856\,\mathrm{eV}}{4{,}135\,667\,662 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{eV\,s}} = 690\,577\,733\,371\,071{,}9\,\mathrm{Hz}$$

Jetzt noch die Wellenlänge über $c = \lambda \cdot f$ ausrechnen:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{299\,792\,458\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{690\,577\,733\,371\,071{,}9\,\mathrm{Hz}} = 4{,}341\,183\,381\,870\,074 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} \approx 434{,}118\,34\,\mathrm{nm}$$

Allgemein demnach:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{\frac{\Delta E}{h}} = \frac{c \cdot h}{|E_{n_1} - E_{n_2}|} = \frac{c \cdot h}{\left| \frac{-13{,}6\,\mathrm{eV}}{n_1^2} - \frac{-13{,}6\,\mathrm{eV}}{n_2^2} \right|}$$